# Теория множеств

**Множество** – это группа некоторых объектов (**элементов**), объединенных по некоторому общему признаку.

*Например*:

Множество респондентов опроса в возрасте от 18 до 25 лет.

Множество моих друзей.

Множество деталей для сборки готового изделия.

Множество целых чисел.

**Обозначения**:

*A* = {*a*1, *a*2, *a*3}

Множество A состоит из трех элементов: *a*1, *a*2, *a*3. Каждый из элементов a1, a2, a3 **принадлежит** множеству *A*.



При этом некоторый элемент *a*4 **не принадлежит** A.



Можно описать множество следующим образом:

B = {Иванов, Петров}

C = {3,6; 60; 75;-29,7}

*X* = {*x*i | *x*i < 16 и *x*i – четные натуральные числа}

V = {*vi* | *vi* = 10*i* + 5, *i* =1,2,3,…}

R – множество рациональных чисел

Элементами множества могут быть другие множества:

H = {{1,3,4},{0},{5,10}}

S – множество студенческих групп вуза

**Мощность множества** – число элементов, входящих в множество.













Множества могут быть:

* конечными и бесконечными;
* счетными и несчетными.

Множество может состоять из одного элемента:

*B* = {*b*1}

Но элемент b1 и множество *B* = {*b*1} – это не одно и то же.

*Пример*. Отдел организации может состоять всего лишь из одного сотрудника. Но этот сотрудник сам по себе не является отделом.

**Пустое множество** содержит ноль элементов. Обозначается .

**Универсум** *U* – множество, содержащее в себе все возможные элементы данной предметной области.

Универсум может быть как конечным, так и бесконечным.

*Примеры:*

Универсум – все студенты в группе. Если все студенты пришли на занятие, то множество пропустивших занятие студентов – пустое.

Множество – центр или центры графа. Универсум – все вершины графа.

**Равенство множеств**. Два множества называются равными (эквивалентными), если они состоят из одинаковых элементов. Порядок записи элементов **не** важен.

*A* = {2, 6, 3, 8, 9}

*B* = {8, 2, 6, 9, 3}

*C* = {2, 6, 8, 9, 10}

*A* = *B*, *B* = *A,*

*A = A, B = B, C = C*



Любые пустые множества равны между собой.



**Равномощные** множества – множества с одинаковым количеством элементов.

A, B, C – равномощные.

**Подмножества** и **надмножества**.

Если все элементы множества X принадлежат множеству Y, то X является **подмножеством** Y, а Y является **надмножеством** X.



Иначе говоря, X не содержит таких элементов, которые не принадлежали бы Y.



*Пример*:

A – множество живых существ

B – множество людей

C – множество студентов

D – множество компьютеров

Какие из этих множеств являются подмножествами друг друга?

**Диаграмма Эйлера-Венна (круги Эйлера)**

A

D

C

B

Равные множества являются подмножествами и надмножествами друг друга:



Пустое множество является подмножеством любого другого.



Любое множество является подмножеством самого себя.



*Пример*

Выписать все подмножества множества D = {1,2,3,4}

*Решение:*



## Операции над множествами

**Дополнение** множества – это множество элементов универсума, которые не принадлежат исходному множеству.



A

U

*Примеры*

U – множество букв русского алфавита. A – множество согласных букв.

 – ?

U – множество натуральных чисел. A – множество четных чисел.

 – ?

U – множество цифр. A = {0, 5, 6, 9, 4, 2}.

 – ?

**Объединение** множеств – это множество, элементы которого принадлежат хотя бы одному из исходных множеств.



A

B



A

B

C

*Примеры*

A – множество всех мужчин. B – множество всех женщин.

 – ?

A = {21; 15; 7; 14} B = {67; 12; 15; 14}

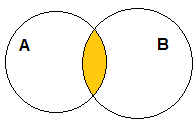
 – ?

A – множество отрицательных чисел. B – множество положительных чисел.

 – ?

**Пересечение** множеств – это множество, элементы которого присутствуют во всех исходных множествах.







*Примеры*

A – множество кошек. B – множество полосатых животных.

– ?

A = {45; 15; 7; 33; 14} B = {31; 27; 7; 15; 60; 110}

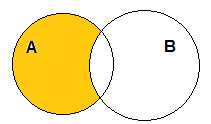
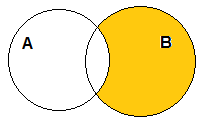
 – ?

A – множество двузначных чисел. B – множество чисел, заканчивающихся на 0 (делящихся на 10 без остатка).

– ?

**Разность** двух множеств – это множество, элементы которого входят в первое, но не входят во второе множество.





*Примеры*

A = {101; 110; 0; 11; 10} B = {1; 101; 1000; 10}

 – ?

 – ?

A – множество чисел <20, делящихся на 3. B – множество чисел <20, делящихся на 4.

 – ?

 – ?

A – множество студентов, получивших «отл.». B – множество студентов, получивших «хор.».

 – ?

 – ?

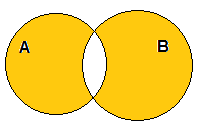
A

B



**Симметрическая** разность – это множество, в которое входят элементы, принадлежащие только одному из исходных множеств.







*Примеры*

A – множество людей, знающих английский. B – множество людей, знающих немецкий.

 – ?

A = {161;56;19;32;–95} B = {56;32;28}

 – ?

A = {a | a=2k + 1, k = 1,2,3,4,5} B={b | b = 3k, k=1,2,3}

 – ?

**Порядок действий**:

1. Дополнение
2. Пересечение
3. Разность
4. Объединение

*Пример*

U = {1;2;3;4;5;6;7;8;9}

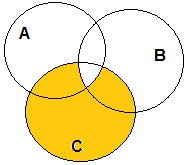
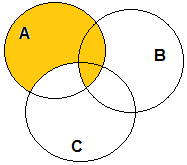
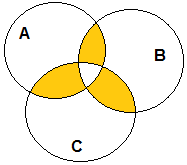
A = {1;3;5;7;9} B={1;2;3;8;9} C={2;3;5;6;9}











**Свойства** операций над множествами:

1. **Двойное дополнение**:



1. **Свойства дополнения**:





1. **Идемпотентность:**





1. **Коммутативность**:





1. **Ассоциативность**:





1. **Дистрибутивность**:





1. **Поглощение:**





1. **Законы де Моргана**:



*Примеры*







Действия с пустым множеством и универсумом:

Действия с **подмножествами**:



=

=

=

=

=

## Задания

1. Придумать пример множества. Привести пример его подмножества. Определить универсум.
2. Чему равна мощность множества букв латинского алфавита? Множества гласных латинских букв? Покажите эти множества на диаграмме Эйлера.
3. Выписать все подмножества множества P = {яблоки, груши, сливы}.
4. Показать на диаграмме Эйлера-Венна результат операций:
   1. 
   2. 
5. Записать выражение, соответствующее диаграмме Эйлера-Венна:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. Даны множества: U = {1,2,…15}, A = {5,6,7,8}, B={3,5,7,9,11,13}, C={4,8,9,12,15}. Записать результат операций:
   1. 
   2. 
   3. 
2. Упростить выражения:
   1. 
   2. 
   3. 